Profesor:
Fortunato Mendoza

PITAGORAS
ACADEMIA

ARITMÉTICA

GRUPO PITÁGORAS

ESTADÍSTICA

ESTADÍSTICA

ESTADÍSTICA

DEFINICIÓN

Es la ciencia que nos proporciona un conjunto de métodos y procedimientos para la recolección, clasificación e interpretación de datos, lo cual sirve para sacar conclusiones que permitan tomar decisiones razonables.

POBLACIÓN Y MUESTRA

Población:

Es un conjunto de individuos, objetos u observaciones que poseen al menos una característica común.

Muestra:

Es una parte o subconjunto representativo de la población

DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS

A. Para variables cualitativas

Ejemplo: Respecto a la ocupación de 50 personas

Ocupación	f_i	h_i = %
Abogados	12	0,24 = 24%
Ingenieros	18	0,36 = 36%
Médicos	5	0,10 = 10%
Economistas	15	0,30 = 30%

Total : 50

Frecuencia Absoluta Simple:

Es el número de veces que aparece repetido el valor de una variable

En el ejemplo: $f_1 = 12$ $f_2 = 18$ $f_3 = 5$ $f_4 = 15$

Se cumple: $\boxed{\sum f_i = n}$ Donde n es el tamaño de la muestra

En el ejemplo: $\sum f_i = 50$

Frecuencia Relativa Simple

Es la razón que existe entre la frecuencia absoluta simple y el tamaño de la muestra.

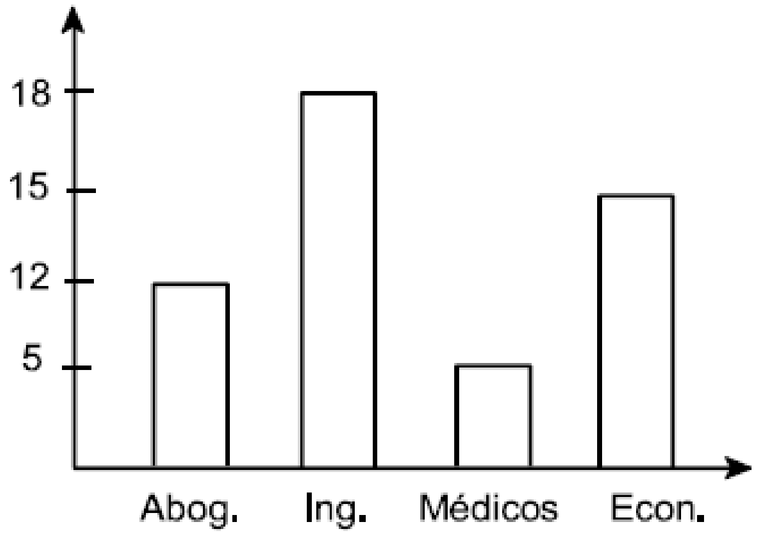
Es decir: $\boxed{h_i = \frac{f_i}{n}}$

En el ejemplo: $h_1 = \frac{12}{50} = 0{,}24$ $\quad$ $h_2 = \frac{18}{50} = 0{,}36$

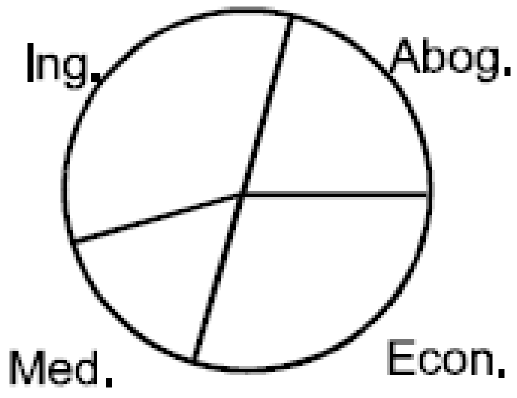
Se cumple: $\boxed{\sum h_i = 1}$

Representación Gráfica

a) Diagrama de barras separadas



b) Diagrama Circular



Ángulo central

$\theta_i = h_i \cdot 360°$

b) Para variable cuantitativa discreta

Ejemplo: Respecto al número de hijos de 25 familias

x_i	f_i	h_i	F_i	H_i
0	2	0,08	2	0,08
1	4	0,16	6	0,24
2	10	0,40	16	0,64
3	7	0,28	23	0,92
4	2	0,08	25	1,00

x_i= número de hijos por familia

Frecuencia absoluta acumulada(F_i)

Es la acumulación sucesiva de las frecuencias absolutas simples

Es decir:

$$F_1 = f_1$$
$$F_2 = f_1 + f_2$$
$$F_3 = f_1 + f_2 + f_3$$
$$\vdots$$

En el ejemplo:

F_1 =2 F_2 =6 F_3 =16

Observación:

La ultima frecuencia absoluta acumulada coincide con el tamaño de la muestra

Frecuencia relativa acumulada(H_i)

Es la acumulación sucesiva de las frecuencias relativas simples

Es decir:

$H_1 = h_1$

$H_2 = h_1 + h_2$

$H_3 = h_1 + h_2 + h_3$

$\vdots$

En el ejemplo:

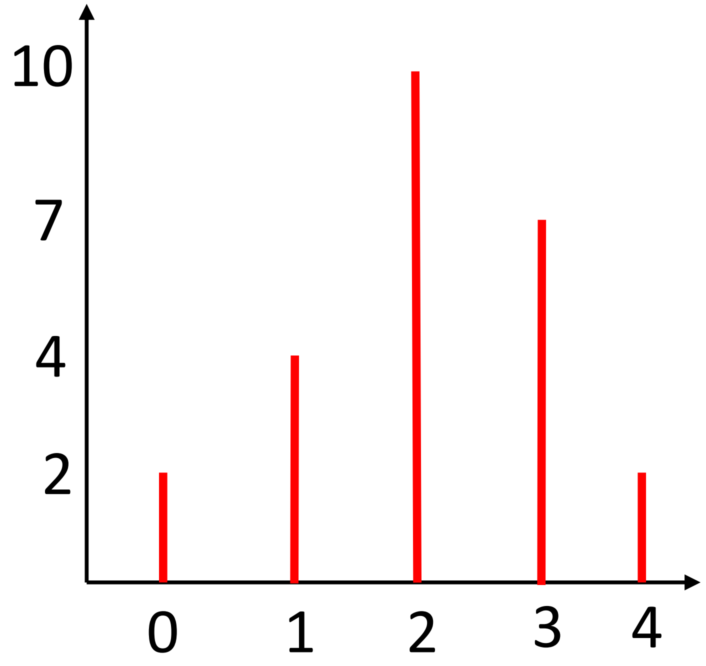
H_1 =0,08 H_2 =0,24 H_3 =0,64

Observación:

La ultima frecuencia relativa acumulada siempre es iguala la unidad

Representación gráfica

Diagrama de bastones



C) Para variable cuantitativa continua

Ejemplo: A continuación se muestra el peso de 20 personas, en kg:

62,5;	70,4;	65;	50;	62,7;	90,5;	87;	60,4;	83;	69,8;
56,7;	69,2;	74,8;	75,6;	63,4;	55,2;	64,8;	78,2;	98;	88

En este caso es conveniente agrupar los datos por intervalos. Para tal efecto definimos:

Alcance (A).- Es el intervalo cerrado definido por los datos de menor y mayor valor

Del ejemplo: $A=[50,98]$

Rango (R).- Es la diferencia entre los datos de mayor y menor valor

Del ejemplo: $R=98-50=48$

Agrupando los datos por intervalos

I_i	x_i	f_i	h_i	F_i	H_i
[50-60[	55	3	0,15	3	0,15
[60-70[	65	8	0,40	11	0,55
[70-80[	75	4	0,20	15	0,75
[80-90[	85	3	0,15	18	0,90
[90-100[	95	2	0,10	20	1,00

Intervalo de clase(I_i)

Es una clasificación de los datos en sub-grupos, equivale a particionar el alcance ;

Son de la forma: $\boxed{I_i = [L_i ; L_s[}$

Donde: L_i es el límite inferior

L_s es el límite superior

Del ejemplo:

I_1= [50 ; 60>

I_2= [60 ;70>

Ancho de clase (w_i)

Es la diferencia entre el límite superior e inferior de cada intervalo

Es decir:

$$\boxed{w_i = L_s - L_i}$$

Del ejemplo:

$w_1 = 60 – 50 = 10$

$w_2 = 70 – 60 = 10$

Marca de clase (x_i)

Es el punto medio de cada intervalo.

Se cumple:

$$\boxed{x_i = \frac{L_i + L_s}{2}}$$

Del ejemplo:

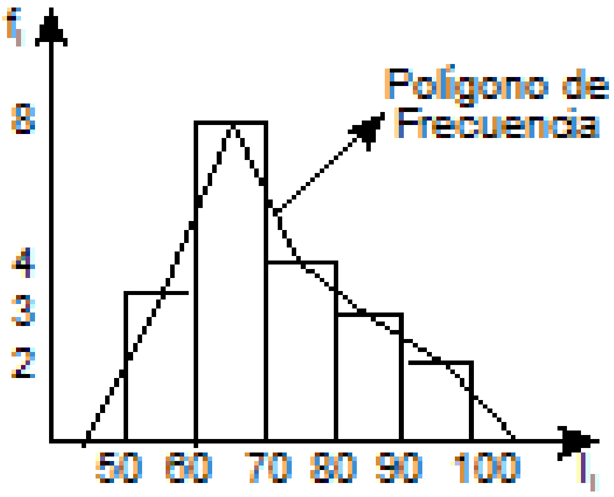
$x_1 = \frac{50+60}{2} = 55$

$x_2 = \frac{60+70}{2} = 65$

Representación Gráfica

a) Histograma

Son diagramas de barras o rectángulos cuyas bases representan los intervalos de clase y las alturas sus frecuencias absolutas o relativas simples.

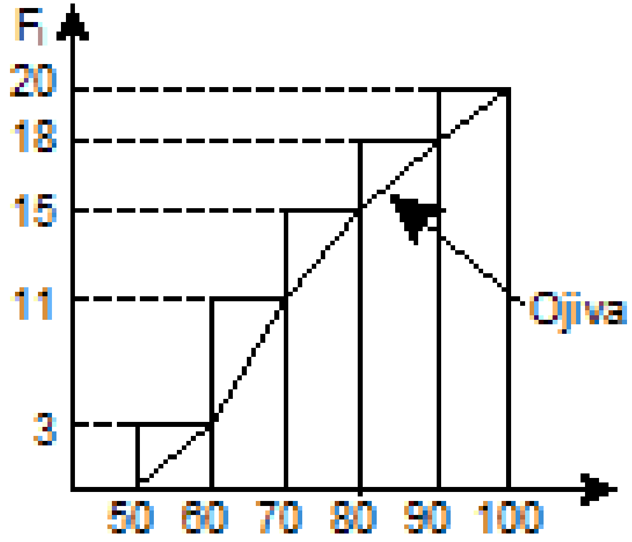


Se cumple:

$$\begin{pmatrix} Area\ del \\ Histograma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Area\ del \\ Polígono\ de\ frecuencia \end{pmatrix}$$

b) Diagrama escalonado

Son diagramas similares al histograma con la diferencia las alturas son frecuencias absolutas o relativas acumuladas .



MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Se denomina así a los valores numéricos que se toman como referencia para señalar el comportamiento de un conjunto de datos. El objetivo es determinar los valores que pueden ser considerados como representativos de un conjunto de datos. Las medidas de tendencia central que se usan con mayor frecuencia son:

I. MEDIA($\bar{x}$)

a) Para datos no agrupados

$$\boxed{MA = \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots + x_n}{n}}$$

Ejemplo:

La media aritmética de los datos: 4, 7, 5, 4, 10

$$MA = \bar{x} = \frac{4 + 7 + 5 + 4 + 10}{5} = 6$$

b) Para datos agrupados en intervalos

$$MA = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i \cdot f_i}{n} = \sum_{i=1}^{k} x_i \cdot h_i$$

Donde:

x_i: marca de clase

f_i: frecuencia absoluta simple

n: cantidad de datos

k: número de clases

h_i: frecuencia relativa simple

II. MODA(M_o)

a) Para datos no agrupados

La moda de un conjunto de datos se define como el valor del dato que ocurre con mayor frecuencia.

Si hubiese más de dos datos cuyas frecuencias sean máximas similares, la distribución es multimodal, bimodal, trimodal, ..., etc. En el caso que ninguno se repita más que los otros se dice que no existe moda.

Ejemplo:

Dado los siguientes datos, hallar la moda:

06, 08, 13, 04, 12, 12, 08, 07, 04, 13, 15, 07, 08

Observación: M_o= 08

b) Para datos agrupados en intervalos

La moda pertenece a la clase modal, la cual es aquella que tiene la mayor frecuencia absoluta simple.

Entonces el valor de la moda es :

$$\boxed{Mo = L_i + w\left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right)}$$

Donde:

L_i: Limite superior de la clase modal

w: ancho de la clase modal

d_1: diferencia entre la frecuencia de la clase modal y de la clase anterior

d_2: diferencia entre la frecuencia de la clase modal y de la clase siguiente

III. MEDIANA(M_e)

La mediana para un conjunto de datos ordenados(en forma creciente o decreciente) es una cantidad que divide al total de datos en dos partes iguales: 50% a la izquierda y 50% a la derecha.

a) Para datos no agrupados

Si se tiene n datos ordenados

$$x_1;\ x_2;\ x_3;\ \ldots\ldots;\ x_n$$

$$Me = \begin{cases} x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} & \text{si n es impar} \\ \dfrac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2} & \text{si n es par} \end{cases}$$

Ejemplo:

Dado los siguientes datos:

1, 2, 1, 3, 2, 1, 7, 6, 3

Observación: Primero ordenamos

$$\therefore\ \begin{array}{ccccccccc} 1, & 1, & 1, & 2, & 2, & 3, & 3, & 6, & 7, \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_9 \end{array}$$

$$\therefore\ Me = x_{\left(\frac{9+1}{2}\right)} = x_5 = 2$$

Ejemplo:

Dado los siguientes datos:

04, 12, 12, 08, 07, 04, 13, 15, 07, 08

Primero ordenamos

$$\therefore \begin{array}{cccccccccc} 04, & 04, & 07, & 07, & 08, & 08, & 12, & 12, & 13, & 15, \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_9 & x_{10} \end{array}$$

$$Me = \frac{X_{\left(\frac{n}{2}\right)} + X_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2} = \frac{X_{(5)} + X_6}{2} = \frac{08 + 08}{2} = 08$$

b) Para datos agrupados en intervalos

Es el dato ubicado en la clase mediana (se define la clase mediana como la primera clase cuya frecuencia absoluta acumulada iguala o exceda a la mitad del total de datos)

Se cumple:

$$\boxed{Me = Li + w\left(\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i}\right)}$$

Donde:

L_i: límite inferior de la clase mediana

w: ancho de la clase mediana

n: cantidad total de datos

F_{i-1}: frecuencia absoluta acumulada que precede a la clase mediana

f_i: frecuencia absoluta simple

MEDIDAS DE DISPERSIÓN

Son valores que miden el grado de separación o alejamiento de un conjunto de datos con respecto a un valor central de dicho conjunto que generalmente es la media aritmética

I. Varianza (σ^2; s^2)

a) Para datos no agrupados

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2$$

Donde

x_i: datos

$\bar{x}$: media de los datos

n : cantidad total de datos

Nota:

Si cada dato tiene cierta frecuencia, se cumple:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 . f_i}{n} = \frac{\sum x_i^2 . f_i}{n} - \bar{x}^2$$

Donde f_i es el número de veces que se repite el dato x_i

b) Para datos agrupados en intervalos de clase

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 . f_i}{n} = \frac{\sum x_i^2 . f_i}{n} - \bar{x}^2$$

Donde

x_i: marca de clase

$\bar{x}$: media de los datos

f_i: frecuencia absoluta simple

n : tamaño de la muestra

II. Desviación Estándar (σ, S)

Es la raíz cuadrada de la varianza

$$\sigma = \sqrt{\text{Varianza}}$$

III. Coeficiente de Variación (C.V)

Es la relación entre la desviación estándar y la media aritmética.

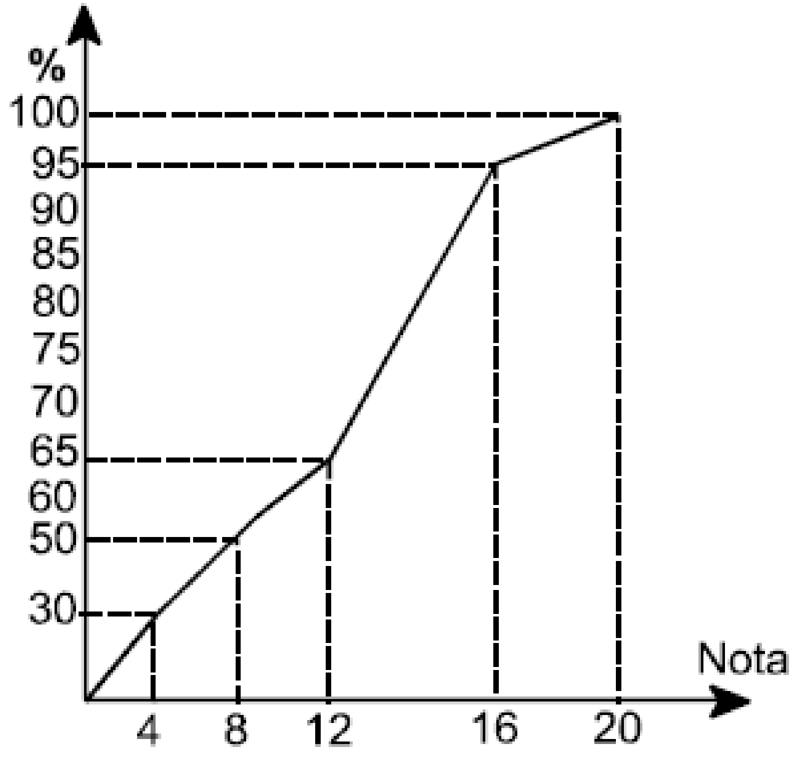
$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN

PROBLEMAS

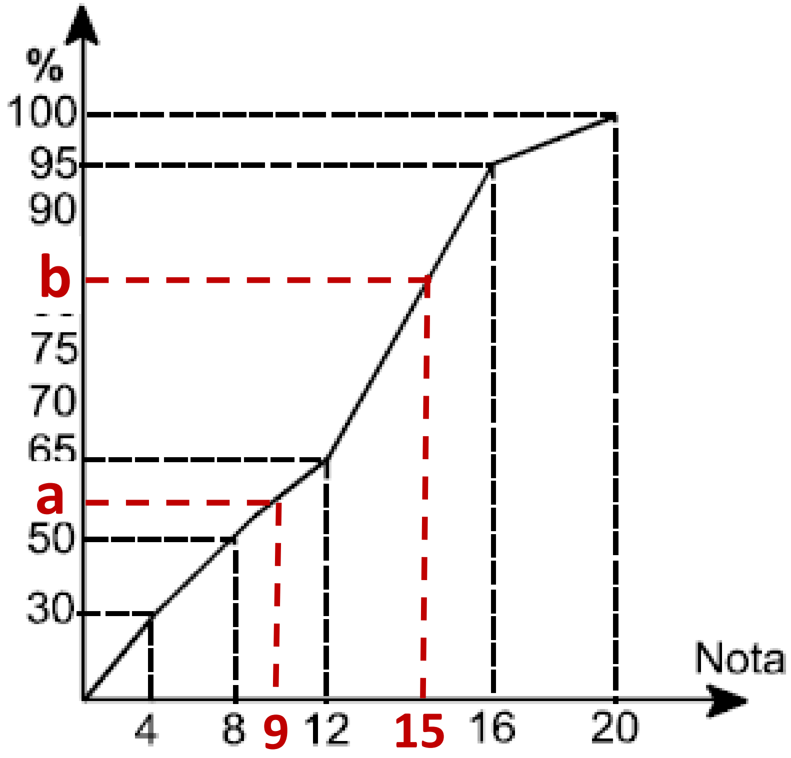
1. **El siguiente cuadro muestra la ojiva de la frecuencia relativa acumulada de las notas de un examen de ingreso a la UNI. ¿Qué porcentaje de alumnos tuvieron una nota entre 9 y 15?**



A) 32,75% **B) 32,50%** **C) 33%** **D) 33,75%** **E) 33,25%**

Resolución

De la ojiva:



Se cumple:

$$\frac{a-50}{65-50}=\frac{9-8}{12-8} \rightarrow \frac{a-50}{15}=\frac{1}{4} \rightarrow a=53{,}75\%$$

$$\frac{b-65}{95-65}=\frac{15-12}{16-12} \rightarrow \frac{b-65}{30}=\frac{3}{4} \rightarrow b=87{,}50\%$$

Piden: b - a = 33,75%

Clave: D

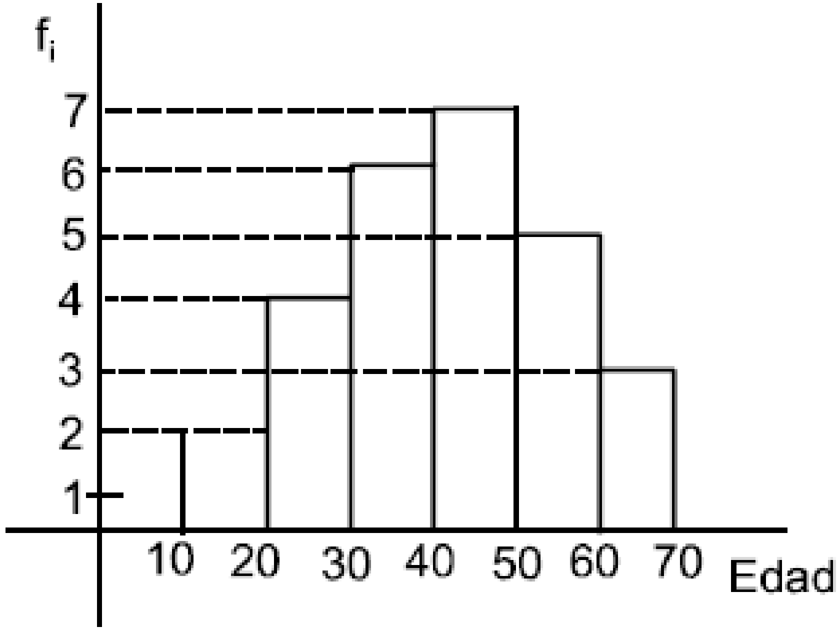
PROBLEMAS

2. Se hizo una encuesta sobre el número de personas aficionadas a la lectura y se las clasificó por edades. Se obtuvo luego el siguiente histograma:

Determinar :

a. El tamaño de la muestra, y

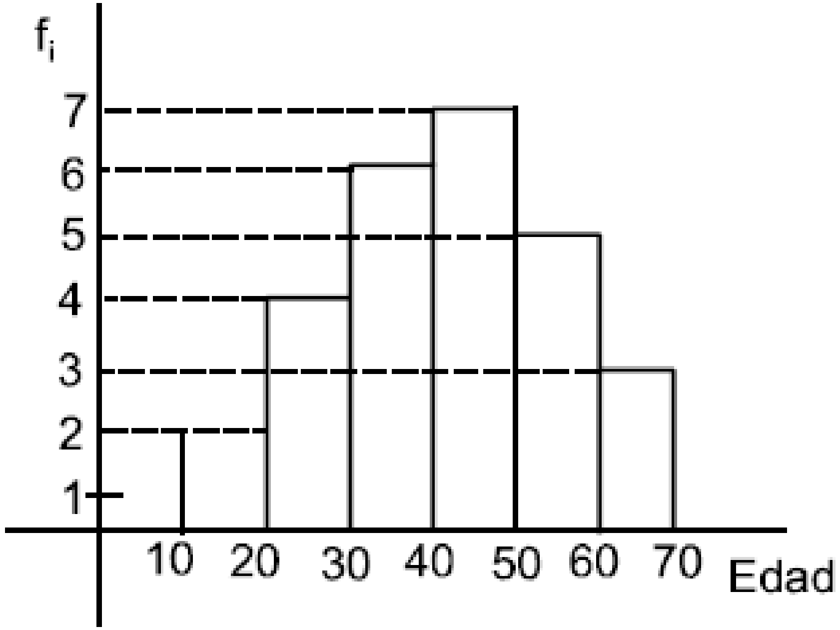
b. El porcentaje de personas menores de 58 años aficionadas a la lectura



A) 100 y 80% B) 58 y 75% C) 27 y 85% D) 27 y 75% E) 27 y 80%

PROBLEMAS

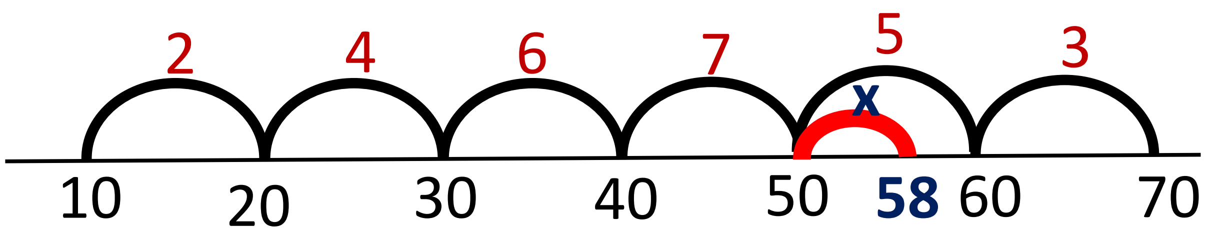
Resolución



a) Del histograma

n = 2 + 4 + 6 + 7 + 5 + 3 ➡ n = 27

b) Del histograma



Se cumple: $\frac{x}{5} = \frac{8}{10}$ ➡ x = 4

Piden: 2 + 4 + 6 + 7 + x = 23

En porcentaje: $\frac{23}{27} . 100\%$ = 85,1% = 85%

Rpta: 27 y 85% **Clave: C**

3. Se tiene las temperaturas observadas durante 24 días en el Polo Norte.

fi = Número de días

° Centígrados	f_i	h_i
[-17, -15>		
[-15, -13>	5	
[-13, -11>	10	
[-11, -9>		0,125
[-9, -7>	2	
[-7, -5>		$0{,}041\hat{6}$

¿Durante cuántos días se observó una temperatura de -14 a -10?

A) 12 **B) 13** **C) 13,5** **D) 14,5** **E) 14**

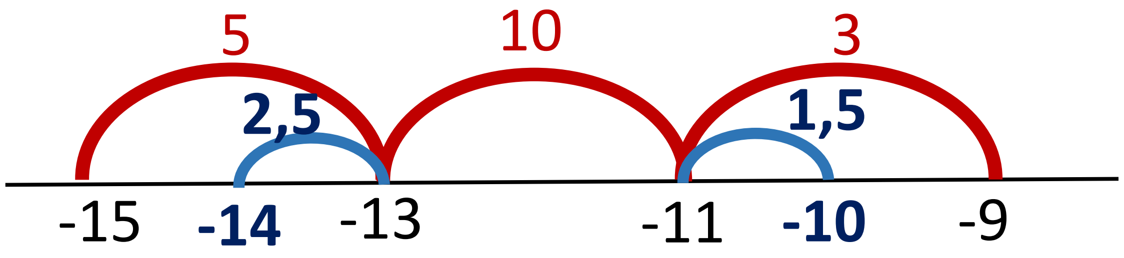
Resolución

Por dato: n = 24

Completando la distribución de frecuencia

° Centígrados	f_i	h_i
[-17, -15>	3	
[-15, -13>	5	
[-13, -11>	10	
[-11, -9>	3	0,125
[-9, -7>	2	
[-7, -5>	1	$0,041\hat{6}$

De la distribución:



Hubo una temperatura de -14 a -10, durante:

2,5 + 10 + 1,5 = 14 días

Clave: E

PROBLEMAS

4. En una encuesta sobre ingresos anuales de un grupo de familias se obtuvo la siguiente información:

$$\sum_{i=1}^{4} \frac{x_i f_i}{n} = 61 \;;\; \frac{f_2}{f_3} = \frac{2}{3}$$

$[L_i - L_s]$	x_i	f_i	
20 - 40		10	
40 - 60			
60 – 80			
80 - 100		10	

Miles de soles

Además :

a) Calcular el número de familias con un ingreso entre 50 y 75

b) Calcular el porcentaje de familias con un ingreso menor que 82 000

A) 14 77,5% **B) 13 77,5%** **C) 15 80%** **D) 14 80%** **E) 16 75%**

PROBLEMAS

Resolución

Completando la distribución de frecuencia

$[L_i - L_s]$	x_i	f_i	x_if_i
20 - 40	30	10	300
40 - 60	50	2k	100k
60 – 80	70	3k	210k
80 - 100	90	10	900

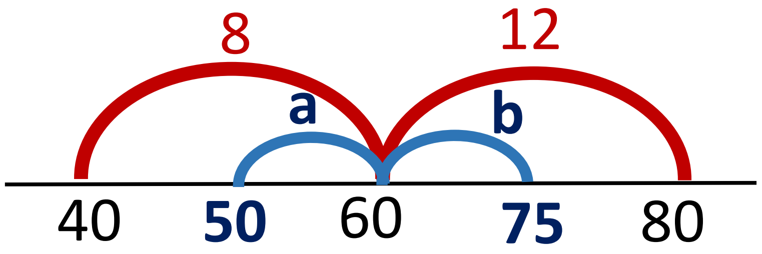
Miles de soles

$$\sum_{i=1}^{4} \frac{x_i f_i}{n} = 61 \quad \text{......(1)}$$

$$\frac{f_2}{f_3} = \frac{2}{3} \rightarrow f_2 = 2k\ ;\ f_3 = 3k; n = 5k + 20$$

$$En\ (1) \quad \frac{310k + 1200}{5k + 20} = 61 \rightarrow \begin{matrix} k = 4 \\ n = 40 \end{matrix}$$

a)

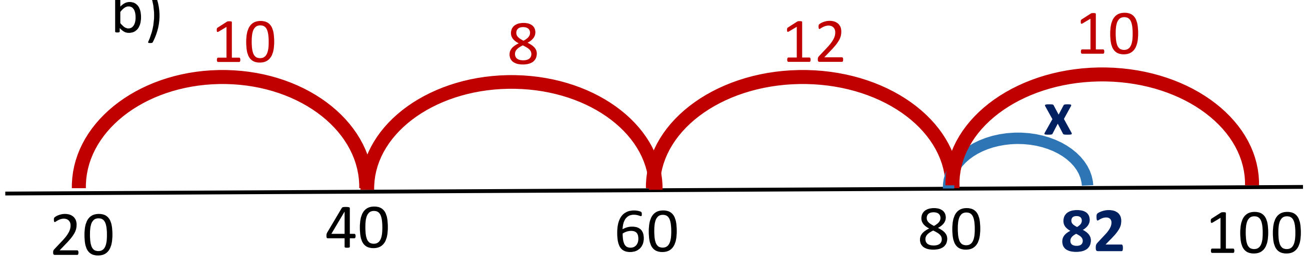


Se cumple: $\frac{a}{8} = \frac{10}{20} \rightarrow a = 4$

$\frac{b}{12} = \frac{15}{20} \rightarrow$ b = 9

Piden: $a + b = 13$

b)



Se cumple: $\frac{x}{10} = \frac{2}{20} \rightarrow$ x = 1

Piden: 10 + 8 +12 + x = 31

En porcentaje: $\frac{31}{40}.100\% = 77{,}5\%$

Clave: B

PROBLEMAS

6. La tabla muestra la distribución del ingreso familiar correspondiente a 60 familias:

Intervalo de ingreso S/.	f_i	F_i	h_i
250 - 260	14		
260 - 270	16	30	
270 – 280	12		0,2
			$0,1\widehat{6}$
290 - 300	8		

a) Determinar el número de familias que ganan menos de 280 nuevos soles

A) 22 B) 32 C) 34 D) 42 E) 52

b) Determinar el número de familias que ganan sueldos mayores o iguales que 280 nuevos soles

A) 10 B) 12 C) 16 D) 18 E) 20

Resolución

Intervalo de ingreso S/.	f_i	F_i	h_i
250 - 260	14		
260 - 270	16	30	
270 - 280	12		0,2
280 - 290	a		$0,1\widehat{6}$
290 - 300	8		

a) Ganan menos de S/280 :

$$14 + 16 + 12 = 42 \text{ personas}$$

b) Se cumple:

$$0,2 = \frac{12}{n} \rightarrow n = 60$$

También: $0,1\hat{6} = \frac{a}{60} \rightarrow$ a = 10

Piden: a + 8 = 18

Clave: D

PROBLEMAS

7. En una prueba de Aptitud Académica se evaluaron a "n" estudiantes y las notas obtenidas se clasificaron en una tabla de distribución de frecuencias como se muestra a continuación

Marca de clase	45	55	65	75	85
Frecuencia relativa	$\frac{k}{50}$	$\frac{3k}{100}$	$\frac{2k}{25}$	$\frac{3k}{50}$	$\frac{k}{100}$

¿Qué porcentaje de estudiantes obtuvieron una nota menor que 60 puntos o mayor o igual que 80 puntos?

A) 70% **B) 25%** **C) 20%** **D) 15%** **E) 30%**

Resolución

De la distribución se cumple:

$$\frac{k}{50}+\frac{3k}{100}+\frac{2k}{25}+\frac{3k}{50}+\frac{k}{100}=1$$

$k = 5$

Reemplazando:

Notas	x_i	h_i
[40; 50>	45	0,10
[50; 60>	55	0,15
[60; 70>	65	0,40
[70; 80>	75	0,30
[80; 90>	85	0,05

$Piden$:

$25\% + 5\% = 30\%$

Clave: E

PROBLEMAS

8. Dado el conjunto : 1; 2; 3; ....; n (impar), se conoce que su desviación estándar es $\sqrt{10}$. Calcule la varianza de: 2; 4; 6; ...; (n+11)

A) 11 **B) 22** **C) 20**
D) 40 **E) 44**

Resolución

$Datos$: $1; 2; 3; \ldots.; n \quad (n\ es\ impar)$

$\sigma = \sqrt{10} \rightarrow \sigma^2 = 10 \ldots. (1)$

$Observación \quad \bar{x} = \dfrac{1+n}{2}$

$De\ (1) \quad \dfrac{\sum x_i{}^2}{n} - \bar{x}^2 = 10$

$$\frac{1^2+2^2+\ldots.+n^2}{n} - \left(\frac{n+1}{2}\right)^2 = 10$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6n} - \left(\frac{n+1}{2}\right)^2 = 10$$

$$\frac{2n^2+3n+1}{6} - \frac{n^2+2n+1}{4} = 10 \rightarrow n = 11$$

Piden varianza de: 2; 4; 6; ......; 22

$\bar{x} = \dfrac{2+22}{2} = 12$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i{}^2}{n} - \bar{x}^2 \rightarrow \sigma^2 = \frac{2^2+4^2+..+22^2}{11} - 12^2$$

$$\sigma^2 = \frac{2^2(1^2+2^2..+11^2)}{11} - 144$$

$$\sigma^2 = 4.\frac{11.12.23}{6.11} - 144 \rightarrow \sigma^2 = 40$$

Clave: D

PROBLEMAS

9. Se tiene la siguiente información sobre una distribución de frecuencias de 50 elementos de un material sometido a prueba de rotura (kg/cm2) la longitud de los intervalos de clase es contante e igual a 20.

Intervalo	x_i	f_i	h_i	f_i	$x_i f_i$
		10			300
					400
				23	350
		17			
	110				1100

Dar como respuesta el valor de h_2 y F_2

A) 18; 16 B) 10; 20 C) 23; 10 D) 40; 34 E) 20; 16

PROBLEMAS

Resolución

$n = 50$ $\quad\quad$ $\mathrm{w} = 20$

Completando la distribución de frecuencia

Intervalo	x_i	f_i	h_i	F_i	$x_i f_i$
[20; 40>	30	10		10	300
[40; 60>	50	8		18	400
[60; 80>	70	5		23	350
[80; 100>	90	17			
[100; 120>	110	10			1100

Se cumple

n = $\sum f_i$ $\longrightarrow$ $n = 50$

Piden:

$$h_2 = \frac{f_2}{n} = \frac{8}{50} = 0{,}16 = 16\%$$

De la distribución

$$F_2 = 18$$

Rpta: 16%; 28 **Clave: A**

10. La tabla adjunta contiene datos sobre números de profesores de secundaria de distintos colegios de una provincia. El trabajo quedó incluso, por lo que se pide completar y averiguar. ¿Cuántos colegios tienen menos de 22 profesores?

I_i	x_i	f_i	$x_i f_i$
		4	
		8	
	20		
		10	
		2	

sabiendo además que:

A. Anchos de clase es constante

B. Número de colegios observados es 40

C. $\sum_{i=1}^{5} x_i f_i = 792$

A) 28 **B) 30** **C) 32** **D) 34** **E) 36**

PROBLEMAS

Resolución

Datos: $\text{w} = cte\ ;\qquad n = 40$

$$\sum_{i=1}^{5} x_i f_i = 792 \qquad \dots(1)$$

Completando la distribución de frecuencia

I_i	x_i	f_i	$x_i f_i$
[10; 14>	20 – 2w	4	8 – 8w
[14; 18>	20 – w	8	160 – 8w
[18; 22>	20	16	320
[22; 26>	20 + w	10	200 + 10w
[26; 30>	20 + 2w	2	40 + 4w

Como: $\sum f_i = n \longrightarrow f_3 = 16$

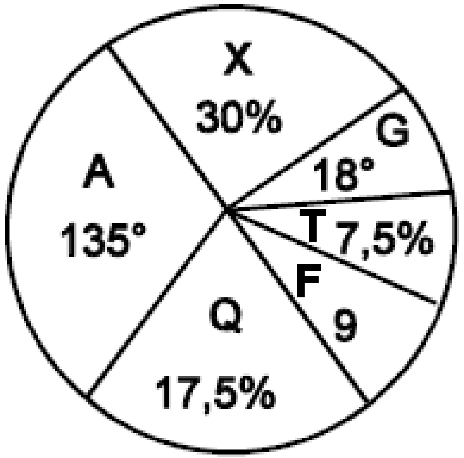
En (1) $800 - 2w = 792 \longrightarrow w = 4$

Tienen menos de 22 profesores

4 + 8 + 16 = 28

Clave: A

11. En el siguiente gráfico se muestra las preferencias de los alumnos de un aula por los cursos de Aritmética (A); Álgebra (X); Geometría (G); Física (F); Trigonometría (T); Química (Q)



Si el total de alumnos es 720, ¿a cuántos les gusta Aritmética?

A) 240 **B) 270** **C) 234**
D) 260 **E) 290**

Resolución

Del diagrama circular, como el total de alumnos es 720

Les gusta aritmética: $\frac{135}{360}.720 = 270 \text{ personas}$ **Clave: B**

PROBLEMAS

12. En una encuesta sobre los ingresos anuales en miles de soles de un grupo de familias se obtuvo la siguiente información:

Intervalos	x_i	f_i	$x_i f_i$
[10 – 30>		20	
[30 – 50>			
[30 – 70>			
[70 – 90>		20	

además:

$$\sum_{i=1}^{4} \frac{x_i f_i}{n} = 54 \; ; \; \frac{f_2}{f_3} = \frac{1}{5}$$

calcular el número de familias con ingreso con no menos de 50 mil soles

A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 85

Resolución

Completando la distribución de frecuencia

Intervalos	x_i	f_i	$x_i f_i$
[10 – 30>	20	20	400
[30 – 50>	40	K	40k
[30 – 70>	60	5k	300k
[70 – 90>	80	20	1600

Datos:

$\frac{f_2}{f_3} = \frac{1}{5}$ ➡ $f_2 = k$

$f_3 = 5k$

Observación:

$n = \sum f_i$ ➡ $n = 6k + 40$

Como

$$\sum_{i=1}^{4} \frac{x_i f_i}{n} = 54 \rightarrow \frac{340k + 2000}{6k + 40} = 54$$

Resolviendo k = 10

Piden: 5k + 20 = 70

Clave: C

13. Se debe elaborar un cuadro de distribución de frecuencias de las edades de un grupo de personas, considerando la siguiente información: edad mínima: 10 años, edad máxima: 30 años, ancho de clase: 4.

$$h_2 = h_4 = h_5 \quad ; \quad h_1 = \frac{4}{5}h_2 \text{ y } h_3 = \frac{6}{5}h_4$$

Calcular el promedio de edades

A) 20,30 B) 20,32 C) 20,34 D) 20,36 E) 20,38

Resolución

Datos:

Edad mínima: 10 Edad máxima: 30

w = 4 $h_2 = h_4 = h_5$

$h_1 = \frac{4}{5}h_2$; $h_3 = \frac{6}{5}h_4$

Observación: # intervalos = $\frac{R}{W} = \frac{20}{4}$ = 5

Sea: h_2 = 5k ⟶ h_1 = 4k; h_3 = 6k

La distribución de frecuencia

Intervalos	x_i	f_i	$x_i f_i$
[10 – 14>	12	4a	48a
[14– 18>	16	5a	80a
[18 – 22>	20	6a	120a
[22 – 26>	24	5a	120a
[26 – 30>	28	5a	140a

Piden:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n}$$

n = $\sum f_i$

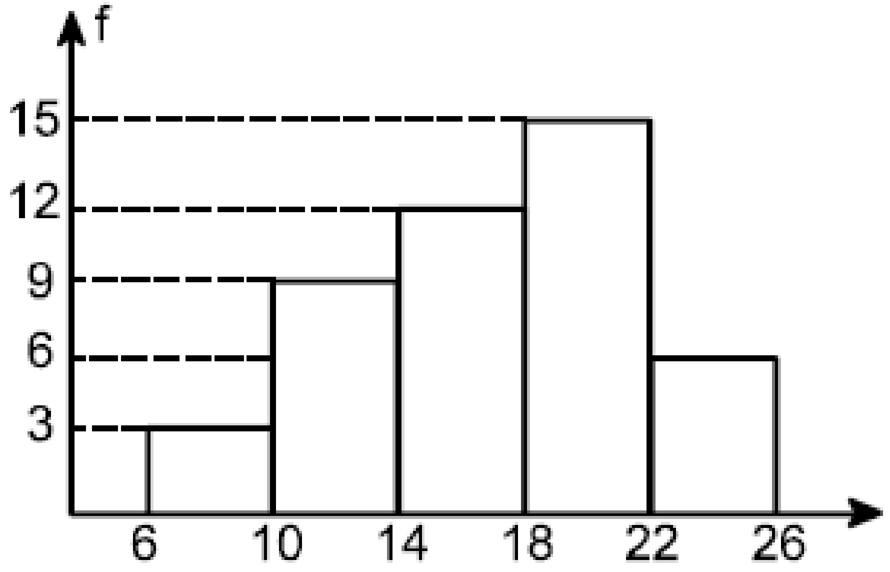
$n = 25a$

$Luego \; \bar{x} = \frac{508a}{25a}$ ⟶ $\bar{x} = 20{,}32$

Clave: B

PROBLEMAS

14. Usando el siguiente histograma :



señale la suma de la media y la mediana

A) $35,4\widehat{6}$ **B) $36,4\widehat{5}$** **C) $34,5\widehat{6}$**

D) $36,5\widehat{4}$ **E) $34,6\widehat{5}$**

Resolución

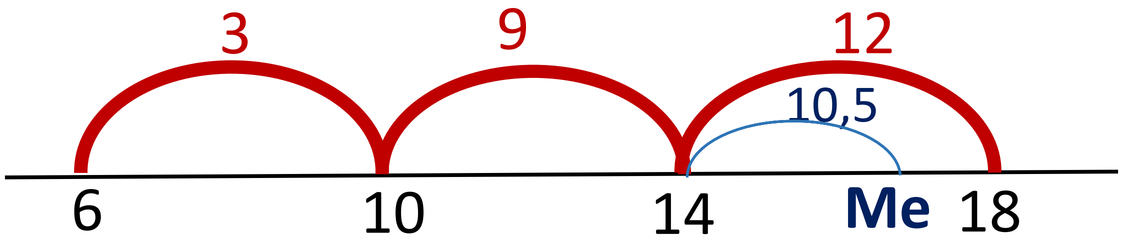
a) Del histograma

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n} = \frac{8(3)+12(9)+16(12)+20(15)+24(6)}{45}$$

$$\bar{x} = 17,0\hat{6}$$

b) Como n = 45 → $\frac{n}{2} = 22,5$

Del histograma

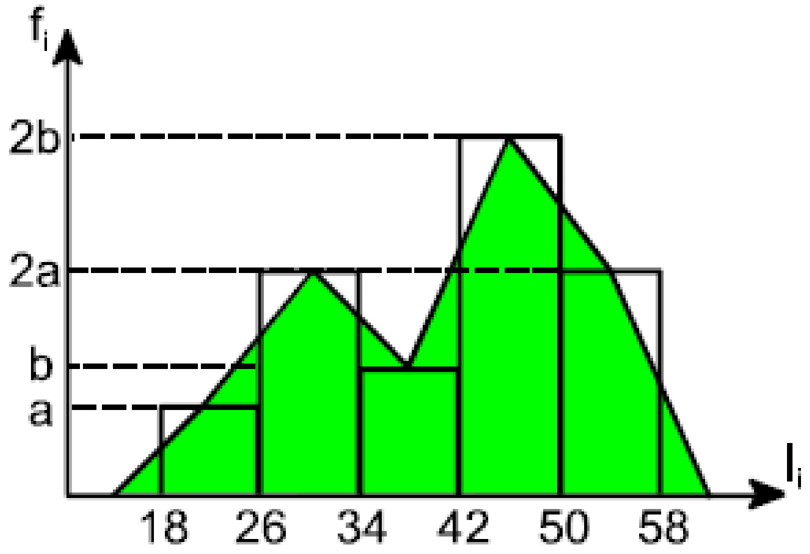


Se cumple:

$$\frac{10,5}{12} = \frac{Me - 14}{4} \rightarrow Me = 17,5$$

$Piden \quad \bar{x} + Me = 34,5\hat{6}$ **Clave: C**

15. El siguiente polígono de frecuencias muestra el número de datos obtenidos según los intervalos señalados :

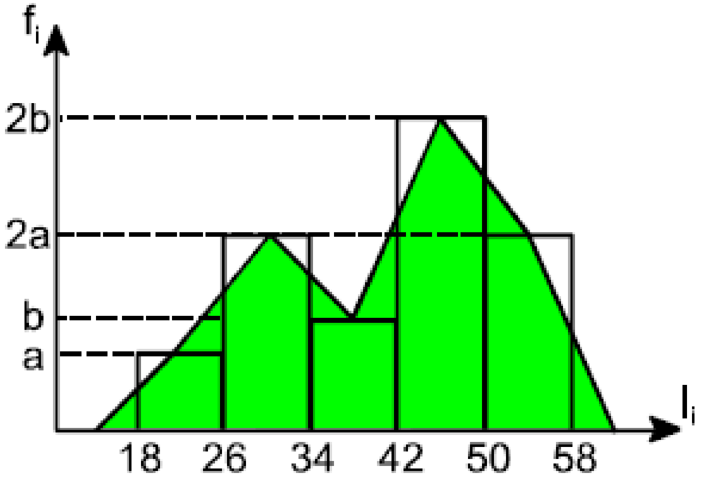


Si la superficie sombreada es 720 u^2 y la media es 40,$\widehat{6}$; calcule el número de datos que hay en [30; 50[

A) 50 **B) 52** **C) 54** **D) 56** **E) 60**

PROBLEMAS

Resolución



Del histograma

Área de histograma = 720 ……(1)

$\bar{x} = 40,\hat{6}$ ……(2)

De (1) $8(a + 2a + b + 2b + 2a) = 720$

$5a + 3b = 90$ ……(3)

Observación: n = 5a +3b

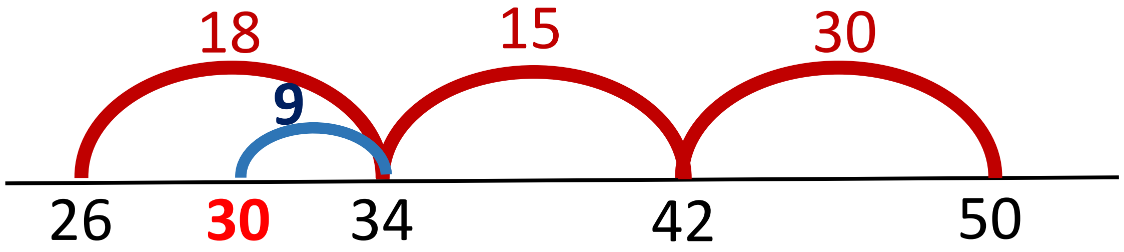
De (2) $\dfrac{\sum x_i f_i}{n} = 40,\hat{6}$

$$\frac{22(a)+30(2a)+38b+46(2b)+54(2a)}{5a+3b} = \frac{406-40}{9}$$

$$\frac{190a + 130b}{5a + 3b} = \frac{122}{3} \longrightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{5} \quad \begin{cases} a = 3k \\ b = 5k \end{cases}$$

$En\ (3)$ 30k = 90 ⟶ k = 3 ⟶ a = 9 ; b = 15

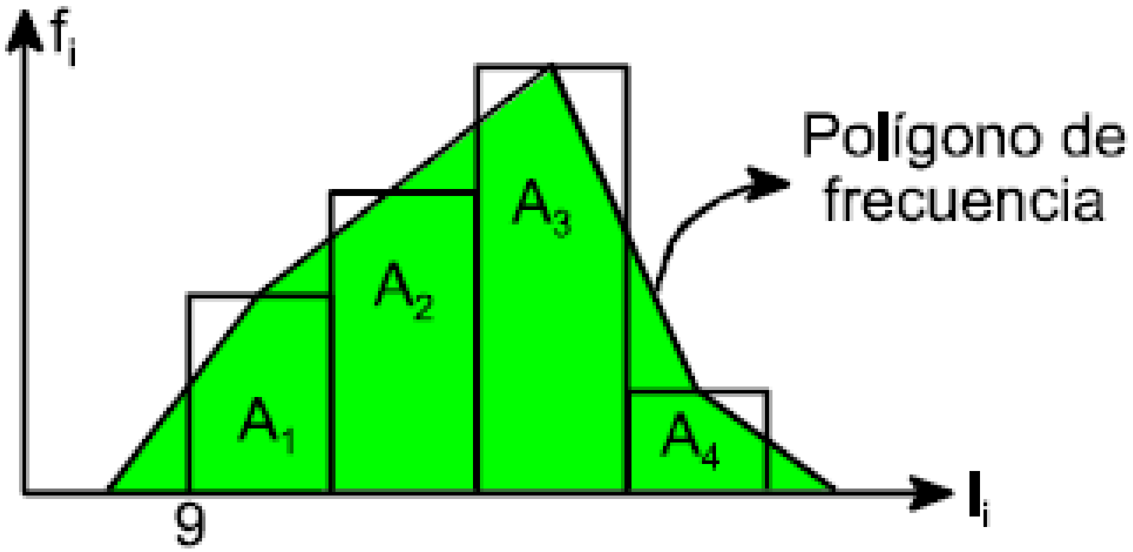
Del histograma



Piden: 9+15+30 = 54

Clave: C

16. Conocido el siguiente histograma, el área sombreada es 80 u^2,



además :

$$A_1 = A_3 - A_1;\ 2A_4 = A_2 - A_4;\ A_2 = 3(A_3 - A_2).$$

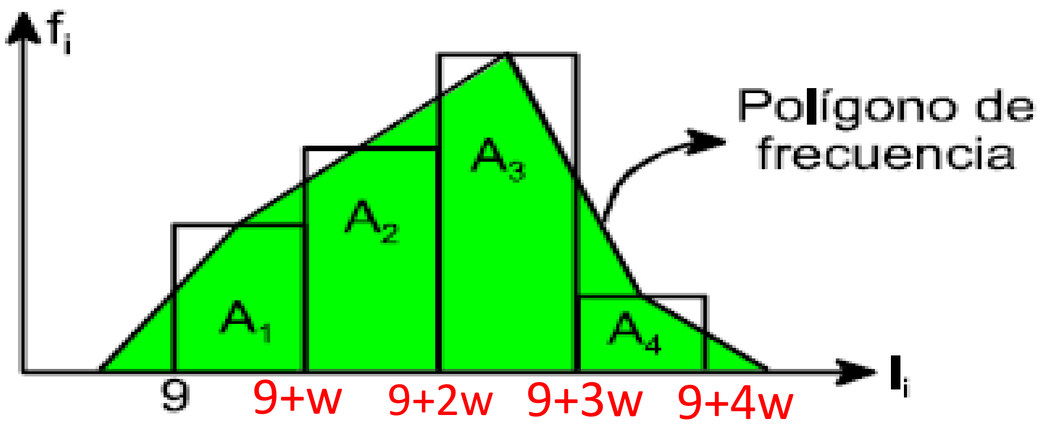
Siendo la moda 13,5.

¿Qué promedio se obtiene? (Ancho de clase común)

A) 12,3　　B) 12,5　　C) 12,8　　D) 13,2　　E) 13,5

PROBLEMAS

Resolución



Como el área del histograma = Área del polígono = 80 u^2

Sea "w" el ancho de clase → $w(f_1 + f_2 + f_3 + f_4) = 80\ u^2$

Dato:

$$\frac{A_1}{A_3} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{f_1}{f_3} = \frac{1}{2} * \frac{2}{2}$$

$$\frac{A_4}{A_2} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{f_4}{f_2} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{A_2}{A_3} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{f_2}{f_3} = \frac{3}{4}$$

$$f_1 = 2k$$
$$f_3 = 4k$$
$$f_4 = 1k$$
$$f_2 = 3k$$

Dato: $M_o = 13.5 \rightarrow L_i + w\left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) = 13,5$

$$9 + 2w + w\left(\frac{k}{k + 3k}\right) = 13,5 \rightarrow 2w + \frac{w}{4} = 4,5$$

$$w = 2$$

Piden: $\bar{x} = \frac{\sum x_i * f_i}{n}$

$$\bar{x} = \frac{10(2k) + 12(3k) + 14(4k) + 16k}{10k}$$

$$\rightarrow \boldsymbol{\bar{x} = 12,8}$$

Clave: C

17. Los puntajes obtenidos por un grupo de alumnos en un examen se clasifican en cinco intervalos de clase de ancho común, donde el alcance es [10; 50[. Además: $f_3 = 2f_1 = 3f_2$; $h_5 = 2h_4$; $H_1 + h_1 = \frac{H_4}{2}$. Halle la media aritmética de los puntajes señalados obtiene? (Ancho de clase común)

A) 26,24 B) 26,28 C) 28,24 D) 28,26 E) 28,28

Resolución

$Alcance$: [10; 50[; k = 5 $\rightarrow w = \frac{R}{k} = \frac{40}{5} = 8$

$f_3 = 2f_1 = 3f_2 = 6k \rightarrow f_1 = 3k; f_2 = 2k; f_3 = 6k$

$h_5 = 2h_4 \rightarrow f_5 = 2f_4$

$H_1 + h_1 = \frac{H_4}{2} \rightarrow F_1 + f_1 = \frac{F_4}{2}$

$2f_1 = \frac{11k + f_4}{2} \quad \rightarrow f_4 = k$

$Distribución\ de\ frecuencias$

I_i	x_i	f_i	$x_i * f_i$
[10 ; 18 >	14	3k	42k
[18 ; 26 >	22	2k	44k
[26 ; 34 >	30	6k	180k
[34 ; 42 >	38	K	38k
[42 ; 50 >	46	2k	92k

$n = \sum f_i = 14k \rightarrow n = 14k$

$\rightarrow \bar{x} = \frac{\sum x_i . f_i}{n} = \frac{396k}{14k} = 28{,}28$

Clave: E

18. Conocida una distribución de frecuencias, señale verdadero (V) o falso (F) :

( ) Si la distribución es simétrica, la mediana excede a la media aritmética en 1

( ) Si $\overline{x}$ es la media aritmética y k el número de intervalos de clase, se cumple:

$\sum_{i=1}^{k}(\overline{x}-x_i)=0$ para una distribución simétrica

( ) Conocidos los siguientes datos : 5; 7; 9; 6; 7; 7; 9; 6; 5; 7; 7; 9; 6; 9; 5; 5; 9, se sabe que genera una distribución amodal

A) FVF **B) FFV** **C) VVF** **D) VVV** **E) FFF**

Resolución

I) (F)

Si una distribución es simétrica se cumple:

$$\bar{x}=M_e$$

II) (V)

Cuando la distribución es simétrica se cumple:

$$\sum_{i=1}^{k}(\bar{x}-x)=0$$

III) (F)

Ordenamos los datos:

5; 5; 5; 5; 6; 6; 6; 7; 7; 7; 7; 7; 9; 9; 9; 9; 9

$$M_o=\begin{cases}7\\9\end{cases}$$

$\rightarrow$ *Es una distribución bimodal*

Rpta: FVF

Clave: A

PROBLEMAS

19. De la tabla:

x_i	F_i
2	10
4	30
7	60
9	80

calcular la desviación estándar

A) 2,15 **B) 2,36** **C) 3,25**

D) 4,62 **E) 5,61**

Resolución

Se tiene:

x_i	f_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
2	10	20	40
4	20	80	320
7	30	210	1470
9	20	180	1620

n $=\sum f_i$

$n = 80$

Piden: σ =??

$1^0 \quad \bar{x} = \dfrac{\sum x_i f_i}{n} = \dfrac{490}{80} = 6{,}125$

$2^0 \quad \sigma^2 = \dfrac{\sum x_i^2 f_i}{n} - \bar{x}^2 = \dfrac{3450}{80} - (6{,}125)^2$

$\sigma^2 = 5{,}609 \longrightarrow \sigma = 2{,}36$ **Clave: B**

PROBLEMAS

20. En un salón de 10 alumnos las notas de un examen fueron 08, 09, 09, 10, 10, 12, 14, 14, 15, 17. Hallar la media, la varianza y la desviación standard. Dar como respuesta la suma de estas cantidades.

A) 19,08 **B) 21,03** **C) 23,05**

D) 24,16 **E) 25,01**

Resolución

Notas: 08; 09; 09; 10; 10; 12; 14; 14; 15; 17

1° $\bar{x} = \dfrac{\sum x_i f_i}{n} = \dfrac{118}{10} = 11{,}8$

2° $\sigma^2 = \dfrac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \dfrac{(-3{,}8)^2 + (-2{,}8)^2 . 2 + (-1{,}8)^2 . 2 + (0{,}2)^2 + (2{,}2)^2 . 2 + (3{,}2)^2 + (5{,}2)^2}{10}$

$\sigma^2 = \dfrac{14{,}44 + 15{,}68 + 6{,}48 + 0{,}04 + 9{,}68 + 10{,}24 + 27{,}04}{10} \longrightarrow \sigma^2 = 8{,}36$

3° $\sigma = \sqrt{8{,}36} \longrightarrow \sigma = 2{,}89$

Piden: $\bar{x} + \sigma^2 + \sigma = 23{,}05$

Clave: C

FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS